

Support Vector Machines

Robert Rackl

Support Vector Machines

- Motivation
- Support Vector Machines
- kurzer Exkurs: Lagrange Multiplikatoren
- Anwendungsbeispiele

Einleitung

- Computer können lernen
- bekannte Verfahren:
 - Fuzzy Logic
 - Evolutionäre Algorithmen
 - Neuronale Netze
 - Beweis- und Deduktionssysteme
 - SVM

Einleitung

- Einige Beispiele für Anwendungen
 - Suchmaschinen
 - Expertensysteme
 - Bildverarbeitung
 - Spracherkennung
 - OCR - Schriftenerkennung
 - Mustererkennung

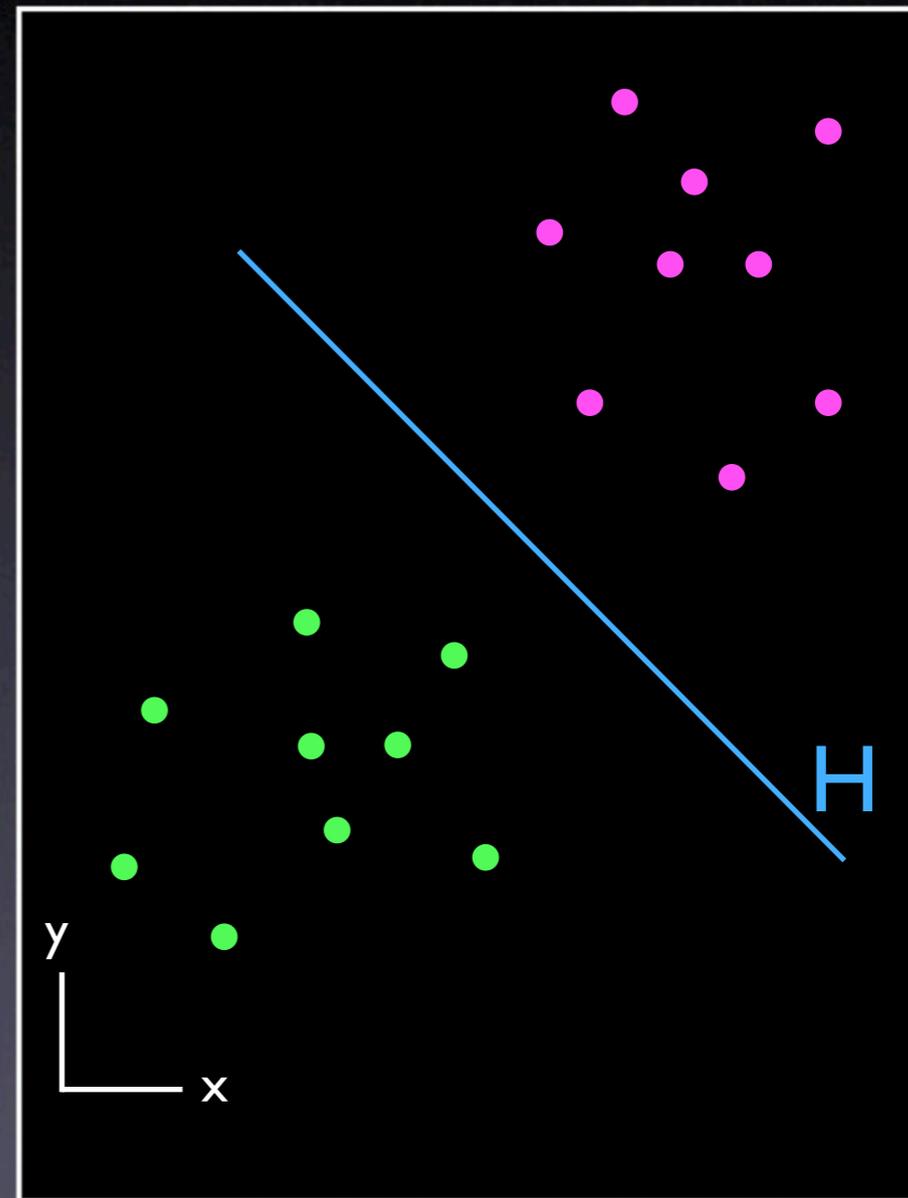
Einleitung

Viele der genannten Fälle lassen sich reduzieren auf

- Binäre Entscheidungsverfahren
- Klassifizierung von Eingabedaten
- Messwert x gehört zu Klasse A oder B
- Falls nicht, dann rekursiv

Support Vector Machines

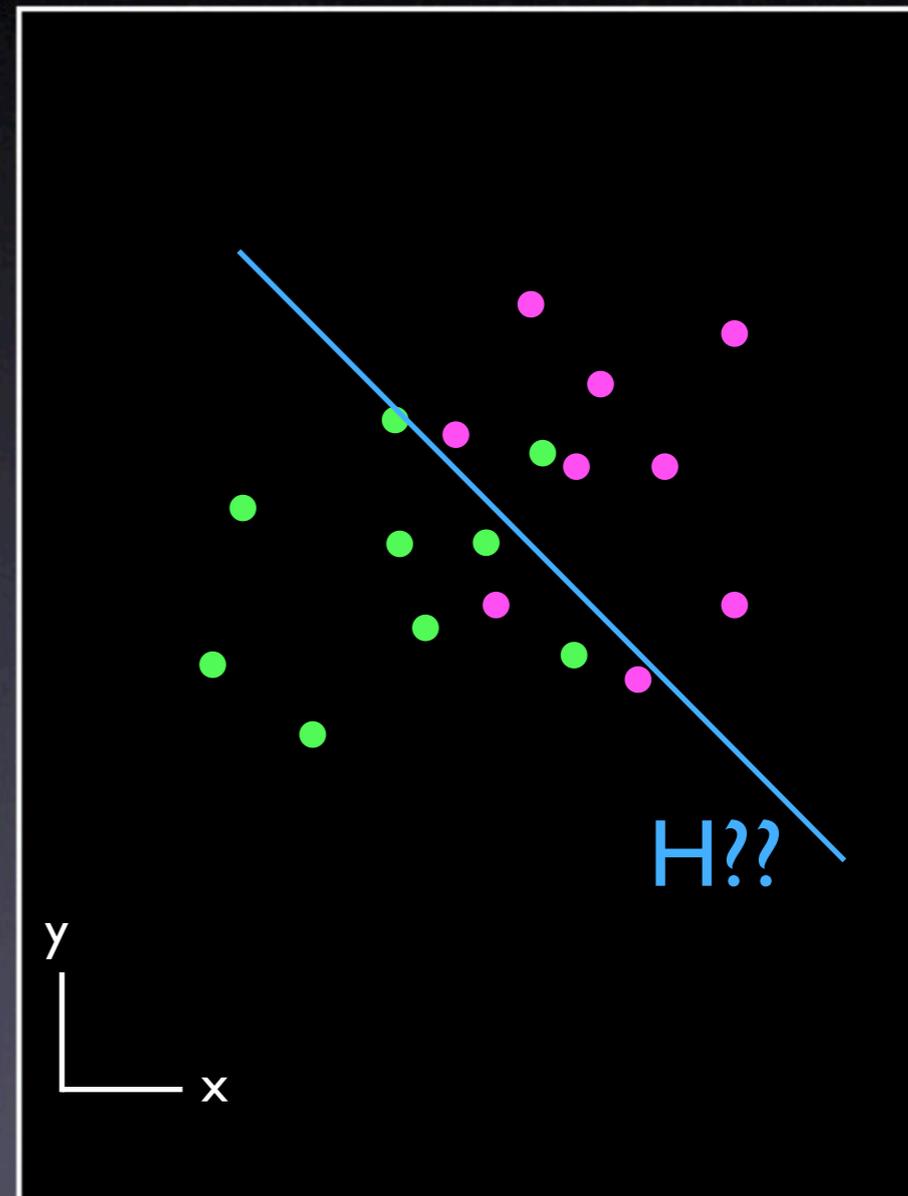
- Gegeben:
t Stück n-dimensionale
Eingabevektoren \mathbf{x}_i
je aus der Klasse y_i
-1 bzw. +1
- Gesucht:
eine Hyperebene H, die
diese Daten "möglichst
gut" in zwei Klassen
zerteilt.



Support Vector Machines

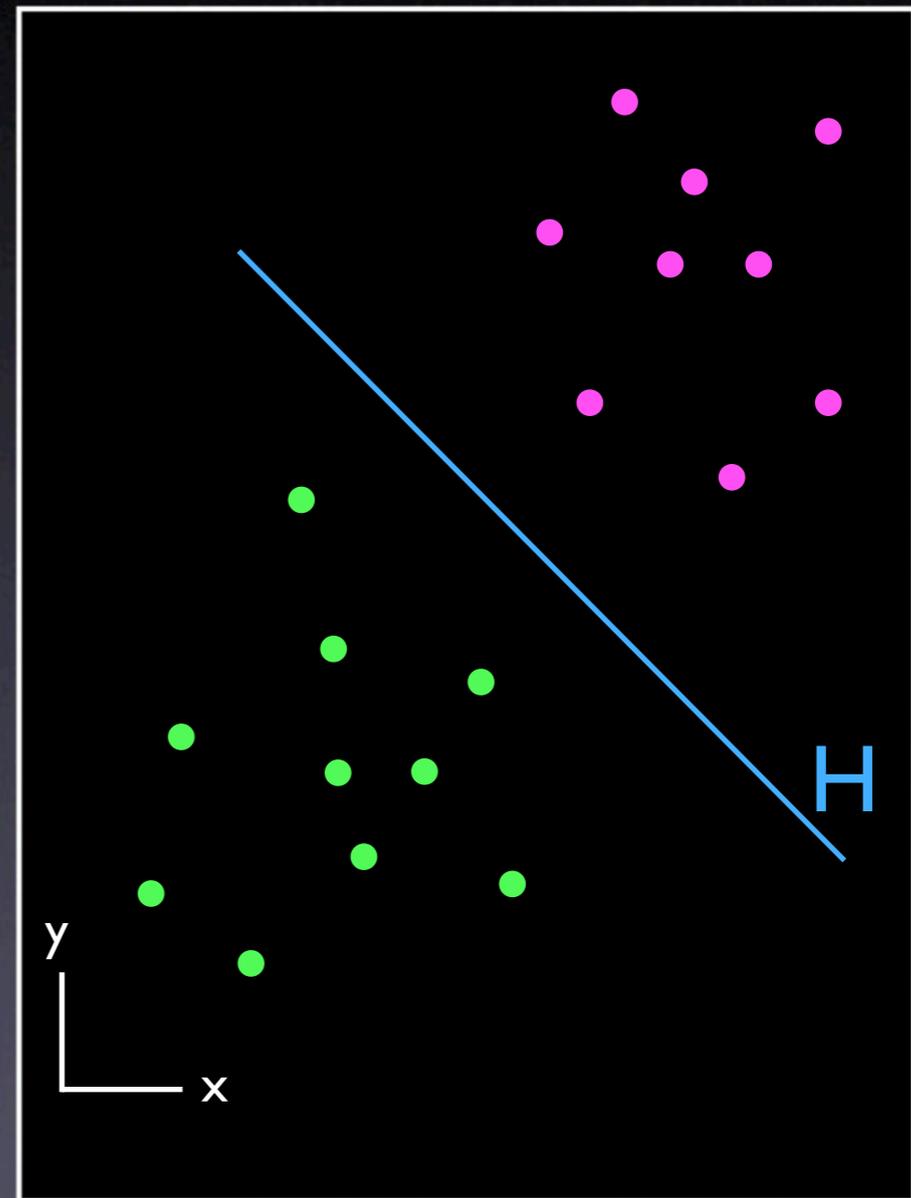
- Funktioniert diese Unterteilung in zwei Klassen immer?

=> Leider nein.



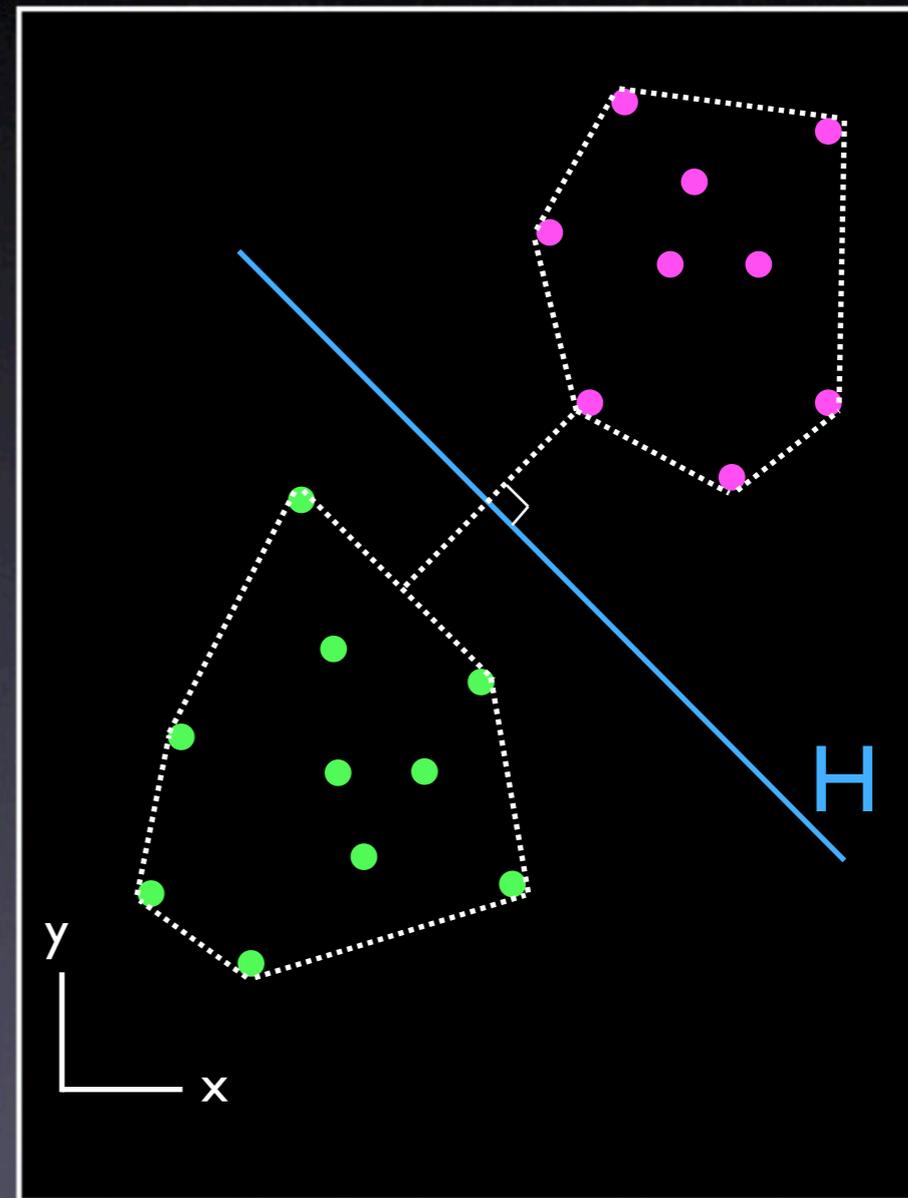
Support Vector Machines

- Was bedeutet “möglichst gut” in zwei Klassen zerteilen?
- Wenn ein weiterer Messwert (mit der Selben Wahrscheinlichkeitsverteilung) hinzukommt, soll dieser ebenso zur korrekten Klasse zugeteilt werden.



Support Vector Machines

- Die optimale Hyperebene ist die Mittelsenkrechte über der kürzesten Verbindung der beiden konvexen Hüllen der Punktklassen.



Support Vector Machines

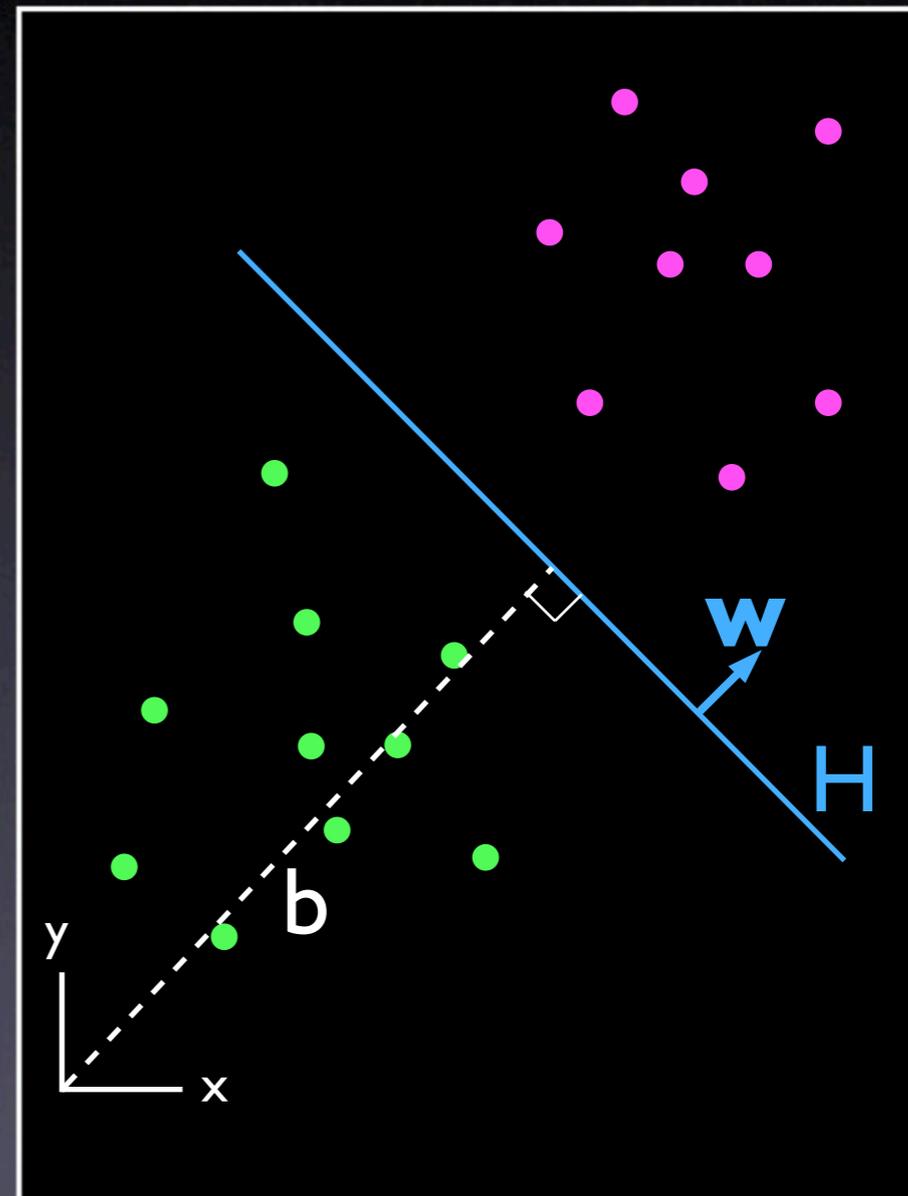
- Gleichung einer n-dimensionalen Hyperebene:

$$(\vec{w} \cdot \vec{x}) + b = 0$$

mit $\vec{w} \in \mathbb{R}^n, b \in \mathbb{R}$

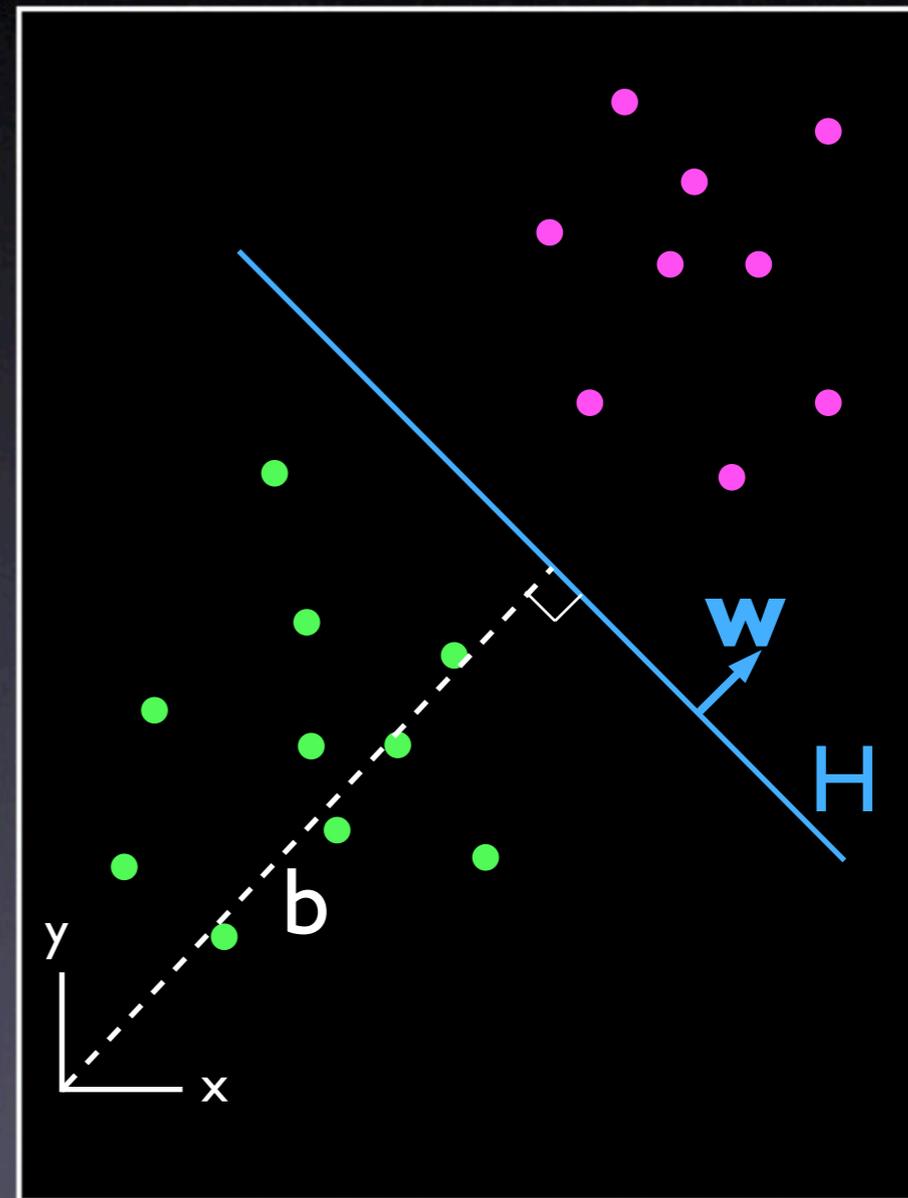
- Entscheidungsfunktion:

$$f(x) = \text{sign}((\vec{w} \cdot \vec{x}) + b)$$



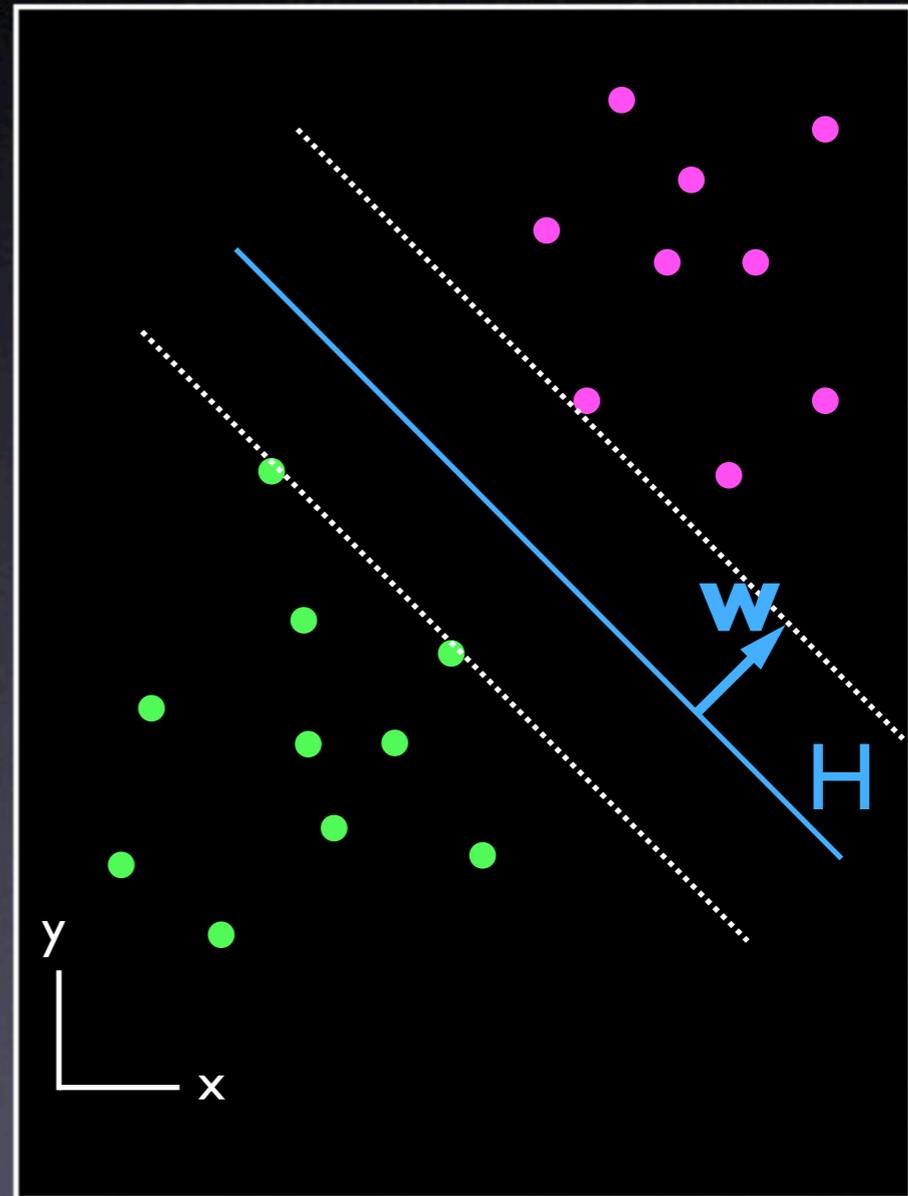
Support Vector Machines

- Der Abstand b der Hyperebenen vom Ursprung ist in der Einheit $\|\mathbf{w}\|$ gemessen.
- Das heißt man erhält immer die Gleiche Hyperebene, auch wenn man \mathbf{w} und b mit dem gleichen Faktor skaliert.



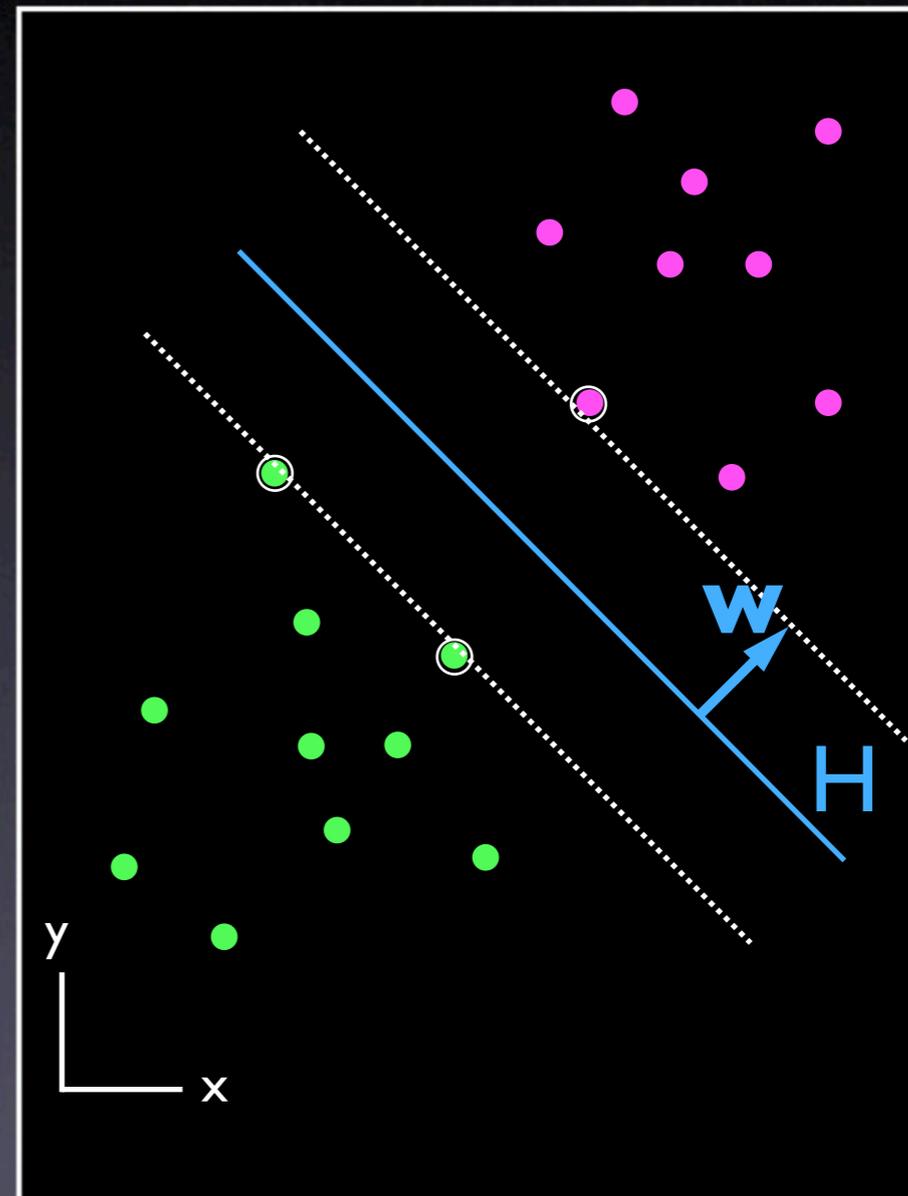
Support Vector Machines

- Wir skalieren so, dass die Punkte am nächsten zu H genau den Abstand eins besitzen.



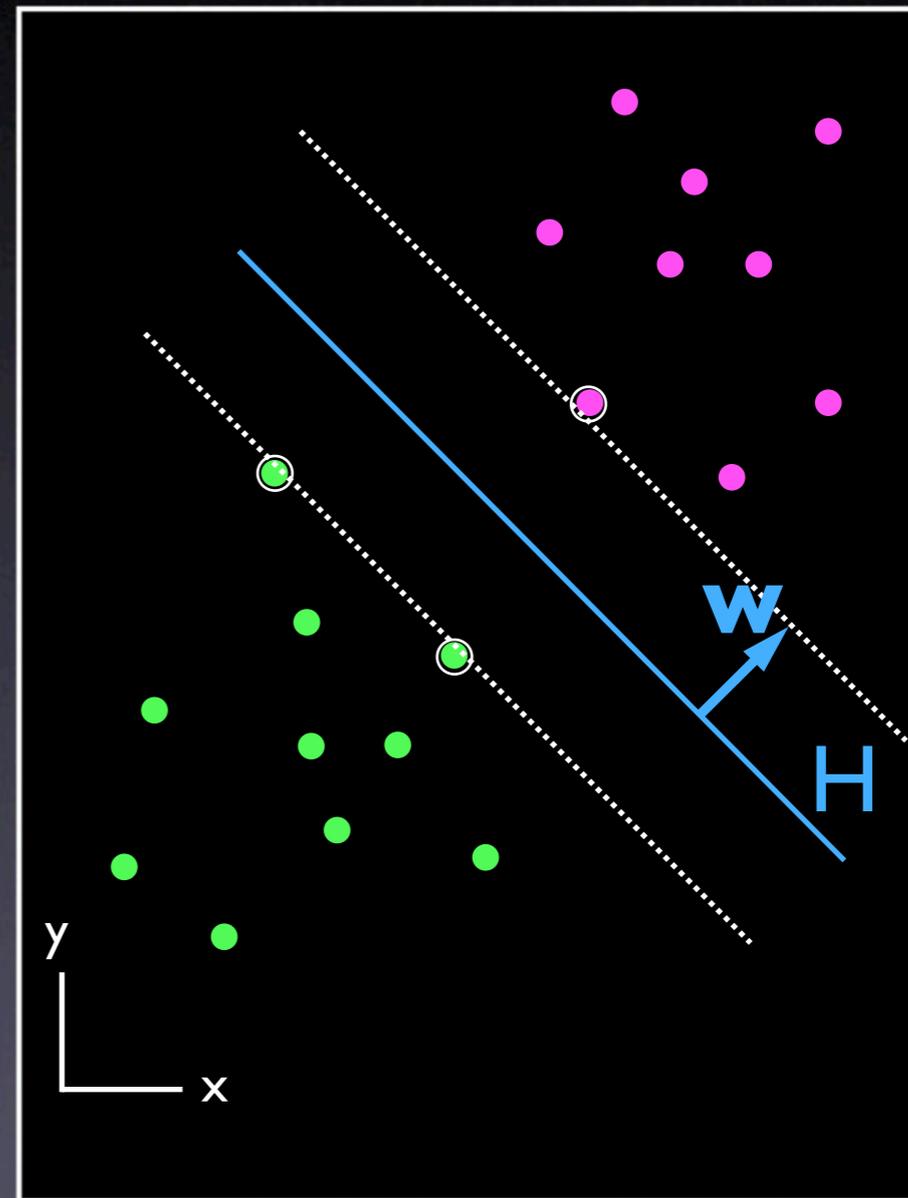
Support Vector Machines

- Wir skalieren so, dass die Punkte am nächsten zu H genau den Abstand eins besitzen.
- Diese Punkte heißen dann “Support Vektoren”



Support Vector Machines

- Wir skalieren so, dass die Punkte am nächsten zu H genau den Abstand eins besitzen.
- Diese Punkte heißen dann “Support Vektoren”
- H ändert sich nicht, wenn man alle anderen Punkte verschiebt.



Support Vector Machines

- Wie finden wir also nun eine derartige Hyperebene. Was haben wir bisher gegeben?
- Eine “Kostenfunktion”: Der Abstand zwischen der Hyperebene und den Support Vektoren soll möglichst groß werden.
- Und die Hyperebene H mit den Klassen als Nebenbedingungen $y_i \cdot ((\vec{w} \cdot \vec{x}_i) + b) - 1 \geq 0$

=> Optimierungsproblem => Lagrange Faktoren

Exkurs: Lagrange Faktoren

- Wird benutzt, um das Extremum einer Funktion unter einer Nebenbedingung zu finden.
- In unserem Fall, je eine Bedingung (also folglich auch ein Lagrange Faktor) für jeden Support Vektor
- minimiere nun den neuen Term:
zu minimierende Funktion - L.F. · Bedingung

Support Vector Machines

- Um die gesuchte Hyperebene zu errechnen, muss man nun also, nach zu Hilfenahme der Lagrange Multiplikatoren, ein Minimum folgender Funktion finden:

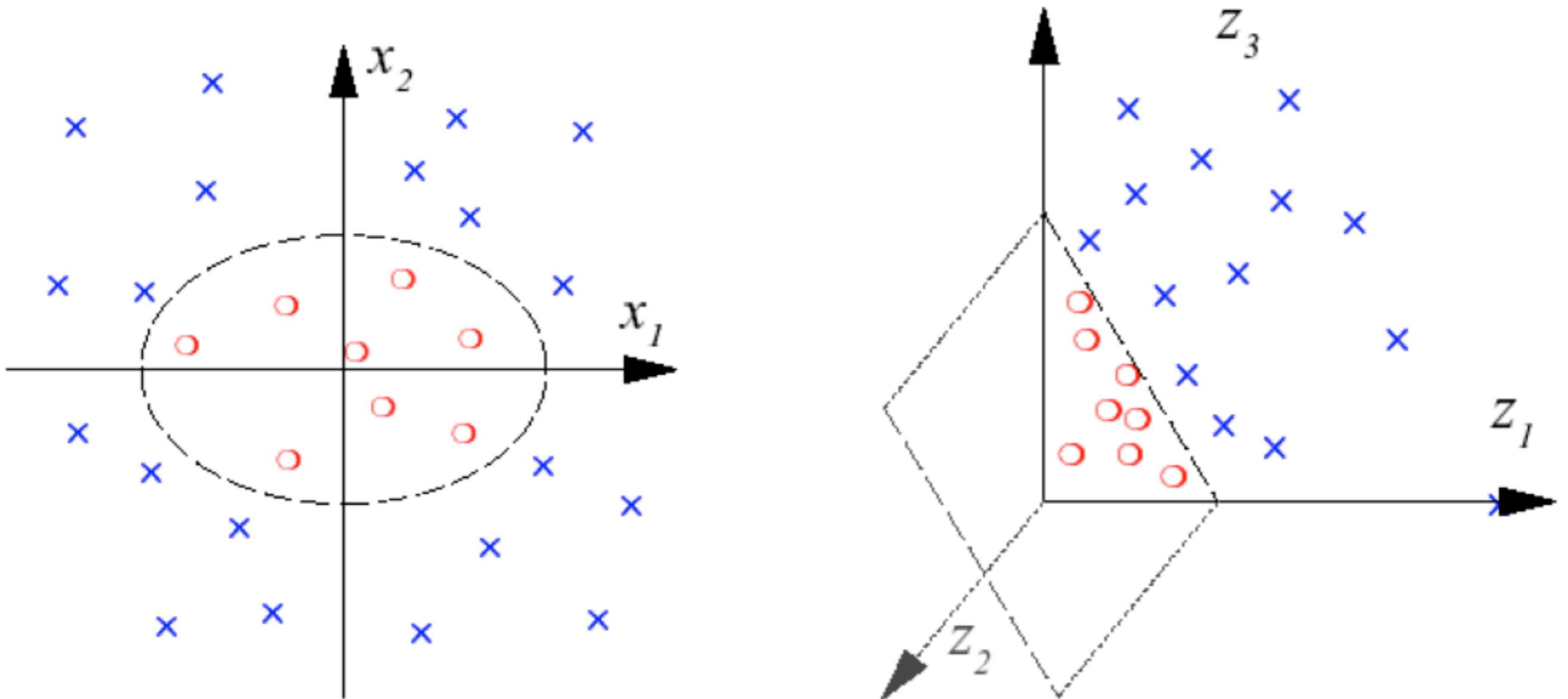
$$L = \sum_{i=1}^l \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j} \alpha_i \alpha_j y_i y_j (\vec{x}_i \cdot \vec{x}_j)$$

- Merke: Hier kommen die Eingabevektoren nur noch als Skalarprodukt vor!

SVM: Hilbert Raum

- Die Eingabevektoren werden durch in einen höherdimensionalen Raum abgebildet.
- Dort muss nur das Skalarprodukt berechenbar sein ("Kernel"). Die Abbildung selbst muss nicht einmal bekannt sein.
- Im Hilbertraum können dann die Punkte durch eine Hyperebene in zwei Klassen zerteilt werden.

SVM: Hilbert Raum

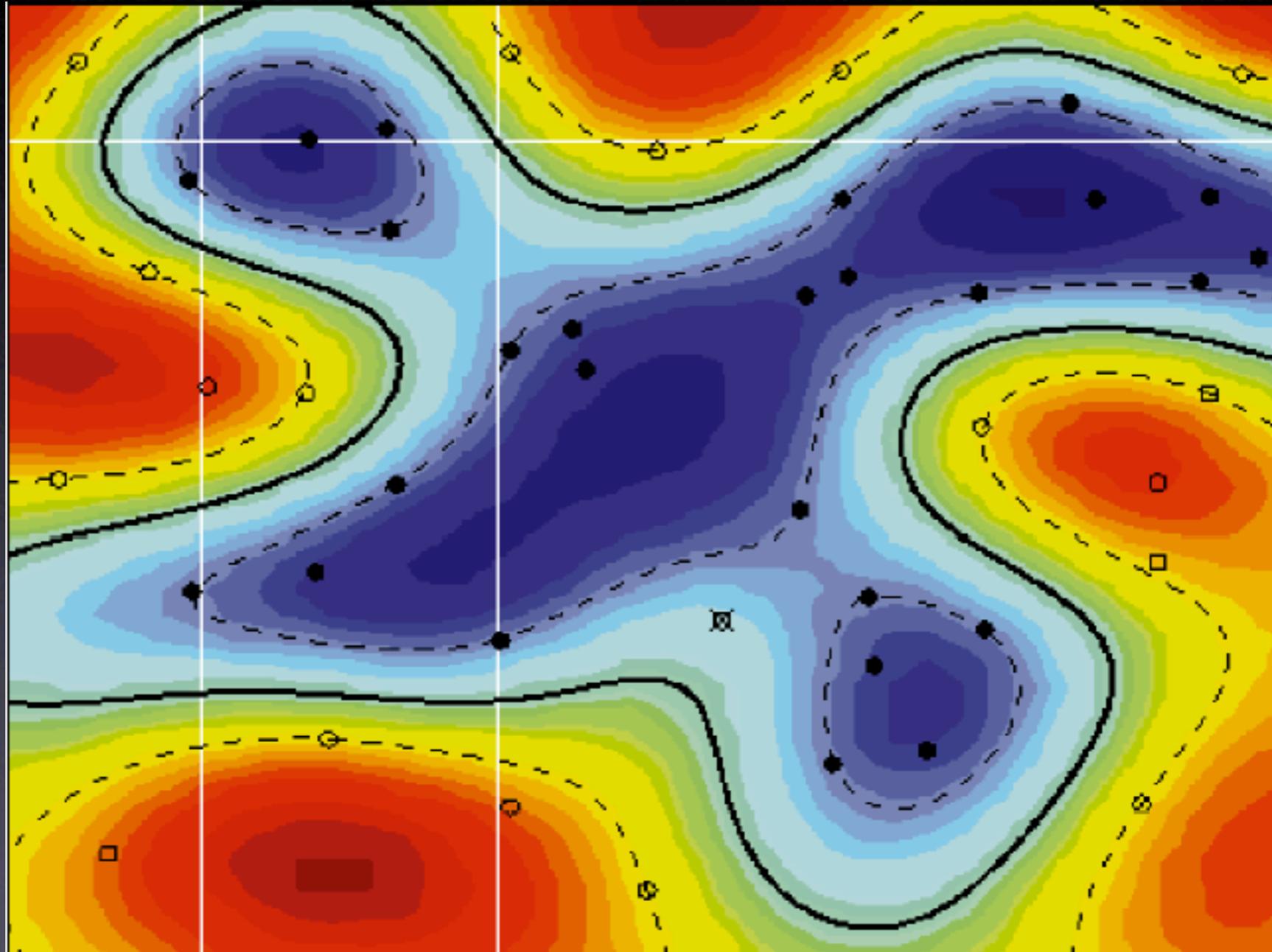


Ursprünglicher Eingaberaum

Abbildung

“Feature-Raum”

Anwendungsbeispiele



Radiale Basis Funktion als Kernel

Anwendungsbeispiele



Dedektierung von Gesichtern in einem Bild

Anwendungsbeispiele



Dedektierung von Gesichtern in einem Bild

Ich bedanke mich für
ihre Aufmerksamkeit.